

*Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrion*  
FACULTAD DE CIENCIAS  
**ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA**



**SÍLABO POR COMPETENCIAS**  
MODALIDAD NO PRESENCIAL

Curso:  
**ANÁLISIS VARIACIONAL**

DOCENTE:

**Enrique U. Díaz Vega**

**SEMESTRE 2020 - 1**

# SÍLABO POR COMPETENCIAS

## ANÁLISIS VARIACIONAL

### I. DATOS GENERALES.

1.1. Línea de la Carrera	MODELAMIENTO MATEMÁTICO					
1.2. Escuela	MATEMÁTICA APLICADA					
1.3. Departamento	MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA.					
1.4. Semestre	2020 – I					
1.5. Código del curso	451					
1.6. Créditos	04					
1.7. Horas Semanales	TOTAL DE HORAS:	05	TEORÍA:	03	PRACTICAS:	02
1.8. Ciclo – Sección	VIII – Única					
1.9. Docente	Dr. Enrique Ubaldo Díaz Vega					
1.10. Colegiatura	COMAP. N° 1349					
1.11. Correo Institucional	<a href="mailto:ediaz@unjfsc.edu.pe">ediaz@unjfsc.edu.pe</a>					
1.12. N° de Celular	997 650 311					

### II. SUMILLA Y DESCRIPCIÓN DEL CURSO

#### SUMILLA:

Conceptos del Calculo Variacional. Extremos Locales en Espacios Funcionales. La ecuación de Euler-Lagrange y Condiciones de Optimalidad. Aplicaciones del Calculo Variacional. Ecuaciones de Euler. Lema fundamental del Cálculo Variacional. Problemas Variacionales en forma Paramétrica. Problemas Variacionales con fronteras móviles. Condiciones suficientes de extremo. Ecuación de Hamilton-Jacobi. Problemas Variacionales con extremo condicionado. Problemas Isoperimétricos

#### DESCRIPCION:

El curso es de naturaleza teórico – práctico, busca comprender los elementos teóricos indispensables del Cálculo Variacional, así como analizar detalladamente problemas en un contexto real.

Se estudia en 4 módulos: (I) Introducción, motivación y notas históricas. (II) Cálculo diferencial en espacios normados. (III) Teoría de puntos críticos. (IV) Métodos de compacidad y semicontinuidad inferior para la existencia de mínimo global.

Dentro del desarrollo de la asignatura se practicará la metodología centrada en el proceso de aprendizaje del estudiante. Se propicia el autoestudio y el trabajo en equipo.

#### COMPETENCIA

Al finalizar la unidad, el estudiante resuelve problemas aplicados al campo de las Ciencias y la Ingeniería, utilizando las propiedades vectoriales relacionadas a las rectas y los planos en el plano cartesiano y en el espacio.

### III. CAPACIDADES AL FINAL EL CURSO:

UNIDAD	CAPACIDADES DE LA UNIDAD DIDACTICA	NOMBRE DE LA UNIDAD DIDACTICA	SEMANAS
I	Explica los problemas significativos que trata el cálculo de variaciones que se formularon inmediatamente después del nacimiento del Cálculo.	Introducción, motivación y notas históricas: del problema de la Braquistócrona a la teoría de puntos críticos.	1 – 4
II	Explica algunas nociones sobre derivabilidad en espacios de dimensión arbitraria para extender la noción de derivada a espacios de dimensión infinita.	Cálculo diferencial en espacios normados	5 – 8
III	En lo que respecta a los métodos min-max, centramos nuestra atención en dos teoremas modernos, pero ya clásicos: el Teorema del paso de montaña de Ambrosetti y Rabinowitz (1971) y el Teorema del punto de silla de Rabinowitz (1978).	Teoría de puntos críticos	9 – 12
IV	Ante un espacio topológico $M$ compacto y $f$ continua establece las condiciones sobre $M$ y $f$ para garantizar la existencia de mínimo global.	Métodos de compacidad y semi-continuidad inferior para la existencia de mínimo global	13 – 16

### IV. INDICADORES DE CAPACIDADES AL FINALIZAR EL CURSO:

N°	INDICADORES DE CAPACIDAD AL FINALIZAR EL CURSO
1	Explica, define e interpreta los Problemas Clásicos del Cálculo de Variaciones.
2	Explica el significado de funcional y continuidad de una funcional.
3	Identifica las propiedades de la variación de una funcional.
4	Participa activamente en prácticas grupales.
5	Formula problemas de cálculo de variaciones.
6	Establece las condiciones necesarias de optimalidad.
7	Enumera algunas consideraciones sobre la ecuación de Euler
8	Reconoce la condición de Legendre (condición necesaria de Segundo orden).
9	Aplica la Ecuación de Euler a problemas diversos
10	Determina la Función objetivo más general en el caso de $n$ funciones.
11	Resuelve problemas con restricciones: punto, ecuaciones diferenciales e isoperimétricas.
12	Resuelve problemas que dependen de derivadas de orden mayor que 1
13	Plantea el problema del control óptimo en tiempo continuo.
14	Plantea el problema del principio del máximo de pontryagin.
15	Conoce la Teoría de Hamilton – Jacobi.
16	Demuestra el principio del máximo, utilizando métodos Variacionales.

V. DESARROLLO DE LAS UNIDADES DIDACTICAS:

CAPACIDAD DE LA UNIDAD DIDACTICA I: Explica los problemas significativos que trata el cálculo de variaciones que se formularon inmediatamente después del nacimiento del Cálculo.						
SEM.	CONTENIDO			ESTRATEGIA DIDACTICA	INDICADORES DEL LOGRO DE LA CAPACIDAD	
	CONCEPTUAL	PROCEDIMENTAL	ACTITUDINAL			
UNIDAD DIDACTICA I : VECTORES EN EL PLANO R <sup>2</sup>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducción.</li> <li>• Problemas Clásicos</li> </ul>	Plantea y resuelve los Problemas Clásicos del Cálculo de Variaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparte los conocimientos con su equipo de estudios.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exposición académica y motivacional.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreta los Problemas Clásicos del Cálculo de Variaciones.</li> </ul>
	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definición de funcional.</li> <li>• Proximidad de curvas.</li> <li>• Continuidad de una funcional.</li> </ul>	Define el significado de funcional y continuidad de una funcional.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expone su trabajo individual y tareas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso de herramientas informáticas y textos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica el significado de funcional y continuidad de una funcional.</li> </ul>
	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Variación de una funcional</li> </ul>	Se autoevalúa resolviendo ejercicios y problemas propuestos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Discute resultados en su equipo de estudio.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propone métodos de solución para resolver un problemas</li> </ul>
<b>EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA</b>						
4	<b>Evidencia de conocimiento</b>		<b>Evidencia de producto</b>		<b>Evidencia de desempeño</b>	
	Evaluación escrita en base a saberes previas y los expuestos en clases		Asistencia puntual a clases participación en el desarrollo de clases		Presenta un trabajo de prácticas; enlista propiedades: formulas y glosario de términos	

CAPACIDAD DE LA UNIDAD DIDACTICA II: Explica algunas nociones sobre derivabilidad en espacios de dimensión arbitraria para extender la noción de derivada a espacios de dimensión infinita.						
UNIDAD DIDACTICA II: GEOMETRÍA ANALÍTICA VECTORIAL DEL PLANO R <sup>2</sup>	SEM.	CONTENIDO			ESTRATEGIA DIDACTICA	INDICADORES DEL LOGRO DE LA CAPACIDAD
		CONCEPTUAL	PROCEDIMENTAL	ACTITUDINAL		
	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulación del problema de cálculo de variaciones,</li> <li>• Condiciones necesarias de optimalidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplica criterios para determina la Función objetivo más general en el caso de n funciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lee y estudia en forma autodidactica, temas de la unidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exposición académica y motivacional.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina la Función objetivo más general en el caso de n funciones.</li> </ul>
	6	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Condición necesaria de primer orden: Ecuación de Euler.</li> <li>• Condición necesaria de segundo orden: condición de Legendre.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enumera algunas consideraciones sobre la ecuación de Euler</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparte conocimientos y comprende la importancia del estudio de las cónicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lecturas seleccionadas y uso de herramientas, informáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece las condiciones necesarias de optimalidad</li> </ul>
	7	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diferentes tipos de condiciones finales</li> <li>• Aplicación de la Ecuación de Euler</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplica sus conocimientos para diferenciar un método de solución.</li> </ul>			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplica la Ecuación de Euler a problemas diversos</li> </ul>
	<b>EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA</b>					
		<b>Evidencia de conocimiento</b>		<b>Evidencia de producto</b>		<b>Evidencia de desempeño</b>
	8	Evaluación escrita en base a saberes previas y los expuestos en clases		Asistencia puntual a clases participación en el desarrollo de clases		Presenta un trabajo académico (solución de problemas) de la U <sub>2</sub>

CAPACIDAD DE LA UNIDAD DIDACTICA III: Centra su atención en dos teoremas modernos, pero ya clásicos: el Teorema del paso de montaña de Ambrosetti y Rabinowitz (1971) y el Teorema del punto de silla de Rabinowitz (1978).					
SEM.	CONTENIDO			ESTRATEGIA DIDACTICA	INDICADORES DEL LOGRO DE LA CAPACIDAD
	CONCEPTUAL	PROCEDIMENTAL	ACTITUDINAL		
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función objetivo más general, caso de <math>n</math> funciones, un problema de gestión óptima de recursos naturales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina la Función objetivo más general en el caso de <math>n</math> funciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparte conocimientos con sus compañeros de equipo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exposición académica y motivacional de los temas de la unidad 3.</li> <li>• Lectura seleccionada. Uso de herramientas informáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina la Función objetivo más general en el caso de <math>n</math> funciones.</li> <li>• Resuelve problemas con restricciones: punto, ecuaciones diferenciales e isoperimétricas</li> <li>• Resuelve problemas que dependen de derivadas de orden mayor que 1</li> </ul>
10	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problema con restricciones punto.</li> <li>• Problema con restricciones ecuaciones diferenciales.</li> <li>• Problemas con restricciones isoperimétricas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea problemas con restricciones: punto, ecuaciones diferenciales e isoperimétricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrolla interaprendizaje grupal.</li> <li>• Resume y selecciona fórmulas para consulta previa.</li> </ul>		
11	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas que dependen de derivadas de orden mayor que 1.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea problemas que dependen de derivadas de orden mayor que 1</li> </ul>			
12	<b>EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA</b>				
	<b>Evidencia de conocimiento</b>		<b>Evidencia de producto</b>		<b>Evidencia de desempeño</b>
	Evaluación escrita en base a saberes previos y los expuestos en clases.		Asistencia puntual a clases y examen oral sobre los temas de esta unidad.		Presenta un trabajo de prácticas (solución de problemas) de la unidad 3.

CAPACIDAD DE LA UNIDAD DIDÁCTICA IV: Ante un espacio topológico $M$ compacto y $f$ continua establece las condiciones sobre $M$ y $f$ para garantizar la existencia de mínimo global.						
SEM.	CONTENIIDO			ESTRATEGIA DIDACTICA	INDICADORES DEL LOGRO DE LA CAPACIDAD	
	CONCEPTUAL	PROCEDIMENTAL	ACTITUDINAL			
UNIDAD DIDACTICA II: CURVAS Y SUPRFICIES EN $R^3$	13	<ul style="list-style-type: none"> <li>El principio del máximo, Planteamiento del problema del control óptimo en tiempo continuo. El principio del máximo de Pontriaguin.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Plantea el problema del principio del máximo de Pontriaguin.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comparte conocimiento con su equipo de estudio.</li> <li>Lee y estudia en forma autodidacta temas de la unidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Exposición académica y motivacional.</li> <li>Lectura seleccionada. Resumen y comentario.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelve y participa en la solución de ejercicios planteados.</li> </ul>
	14	<ul style="list-style-type: none"> <li>Teoría de Hamilton – Jacobi. Demostración del principio del máximo, utilizando métodos Variacionales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conoce la Teoría de Hamilton – Jacobi.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Desarrolla inter aprendizaje grupal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Redacción adecuada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aplica la Teoría de Hamilton – Jacobi.</li> </ul>
	15	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretación económica del principio del máximo.</li> <li>Condición suficiente de Mangasarian; condición suficiente de Arrow</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe el principio del máximo, utilizando métodos Variacionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elabora resúmenes y formularios útiles para la consulta previa</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Demuestra el principio del máximo, utilizando métodos Variacionales.</li> </ul>
16	<b>EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA</b>					
	<b>Evidencia de conocimiento</b>		<b>Evidencia de producto</b>		<b>Evidencia de desempeño</b>	
	Evaluación escrita en base a saberes previos y los expuestos en clases.		Asistencia puntual a clases y examen oral sobre los temas de esta unidad.		Presenta un trabajo académico grupal sobre los temas de unidad 4.	

## VI. MATERIALES EDUCATIVOS Y OTROS RECURSOS DIDÁCTICOS

Se utilizarán todos los materiales y recursos requeridos de acuerdo a la naturaleza de los temas programados. Básicamente serán:

### 6.1 MEDIOS Y PLATAFORMAS VIRTUALES.

- Casos prácticos
- Pizarra interactiva
- Google Meet
- Repositorios de datos

### 6.2 MEDIOS INFORMÁTICOS:

- Computadora
- Tablet
- Celulares
- Internet

## VII. EVALUACIÓN

La Evaluación es inherente al proceso de enseñanza aprendizaje y será continua y permanente. Los criterios de evaluación son de conocimiento, de desempeño y de producto.

### 1. Evidencias de Conocimiento.

La Evaluación será a través de pruebas escritas y orales para el análisis y autoevaluación. En cuanto al primer caso, medir la competencia a nivel interpretativo, argumentativo y propositivo, para ello debemos ver como identifica (describe, ejemplifica, relaciona, reconoce, explica, etc.); y la forma en que argumenta (plantea una afirmación, describe las refutaciones en contra de dicha afirmación, expone sus argumentos contra las refutaciones y llega a conclusiones) y la forma en que propone a través de establecer estrategias, valoraciones, generalizaciones, formulación de hipótesis, respuesta a situaciones, etc.

En cuanto a la autoevaluación permite que el estudiante reconozca sus debilidades y fortalezas para corregir o mejorar.

Las evaluaciones de este nivel serán de respuestas simples y otras con preguntas abiertas para su argumentación.

### 2. Evidencia de Desempeño.

Esta evidencia pone en acción recursos cognitivos, recursos procedimentales y recursos afectivos; todo ello en una integración que evidencia un saber hacer reflexivo; en tanto, se puede verbalizar lo que se hace, fundamentar teóricamente la práctica y evidenciar un pensamiento estratégico, dado en la observación en torno a cómo se actúa en situaciones impredecibles.

La evaluación de desempeño se evalúa ponderando como el estudiante se hace investigador aplicando los procedimientos y técnicas en el desarrollo de las clases a través de su asistencia y participación asertiva.



### 3. Evidencia de Producto.

Están implicadas en las finalidades de la competencia, por tanto, no es simplemente la entrega del producto, sino que tiene que ver con el campo de acción y los requerimientos del contexto de aplicación.

La evaluación de producto de evidencia en la entrega oportuna de sus trabajos parciales y el trabajo final.

Además, se tendrá en cuenta la asistencia como componente del desempeño, el 30% de inasistencia inhabilita el derecho a la evaluación.

VARIABLE	PONDERACIONES	UNIDADES DIDÁCTICAS DENOMINADAS MÓDULOS
Evaluación de Conocimiento	20%	El ciclo académico comprende 4 módulos
Evaluación de Producto	40%	
Evaluación de Desempeño	40%	

Siendo el promedio final (PF), el promedio simple de los promedios ponderados de cada módulo (PM1, PM2, PM3, PM4); calculado de la siguiente manera:

$$PF = \frac{PM1 + PM2 + PM3 + PM4}{4}$$

## VIII. BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIA WEB:

### 1.1. Unidad didáctica II:

- 1) Krasnov M.L., Makarenko G.I, Kiseliyov A.I. ***Cálculo Variacional*** Editorial Mir. Urss 2005
- 2) Russak I.B, ***Calculus of Variations*** Department of Mathematics Naval Postgraduate School. California, 2002.

### 1.2. Unidad didáctica III:

- 1) Krasnov M.L., Makarenko G.I, Kiseliyov A.I. ***Cálculo Variacional*** Editorial Mir. Urss 2005
- 2) Russak I.B, ***Calculus of Variations*** Department of Mathematics Naval Postgraduate School. California, 2002.
- 3) Barberis, María Laura. ***Cálculo de variaciones y el Teorema de Bonnet.*** 2004.

### 1.3. Unidad didáctica IV:

- 1) Cerda Tena Emilio. Optimización Dinámica. Editorial ALFAOMEGA. Edición 2012
- 2) Russak I.B, ***Calculus of Variations*** Department of Mathematics Naval Postgraduate School. California, 2002.
- 3) Barberis, María Laura. ***Cálculo de variaciones y el Teorema de Bonnet.*** 2004.

### 1.4. Unidad didáctica I:

- 1) Cerda E. Optimización Dinámica, AlfaOmega 2012.
- 2) Bonifaz, José Luis. Optimización Dinámica y Teoría Económica, universidad del Pacifico. 2011.
- 3) Cerda Tena Emilio. Optimización Dinámica. Editorial ALFAOMEGA. Edición 2012.

Huacho, 05 de junio 2019



Universidad Nacional  
José Faustino Sánchez Carrión

Dr. Enrique U. Díaz Vega  
COMAP 1349  
DNU 317